

Gedraaide parabool

De bewegingsvergelijkingen van een punt P worden gegeven door:

$$\begin{cases} x_P(t) = 2t \\ y_P(t) = 2t^2 \end{cases}$$

Punt M is het midden van lijnstuk OP . Vector \overrightarrow{MP} wordt rechtsonter geroteerd om M over 90° . Zo ontstaat de beeldvector \overrightarrow{MQ} .

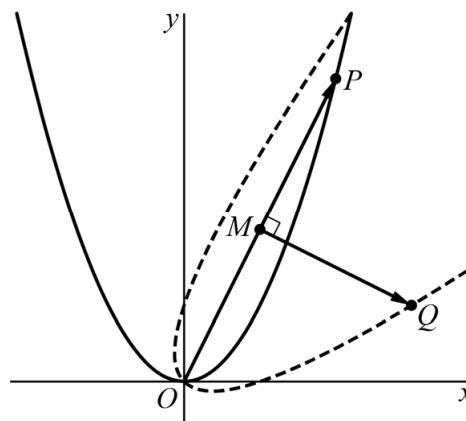
In figuur 1 is voor een waarde van t de situatie weergegeven.

figuur 1

Tijdens de beweging van P beschrijft ook het punt Q een baan. In figuur 1 is deze baan gestippeld weergegeven.

De bewegingsvergelijkingen van Q worden gegeven door:

$$\begin{cases} x_Q(t) = t + t^2 \\ y_Q(t) = t^2 - t \end{cases}$$



- 3p 7 Bewijs dat dit inderdaad de bewegingsvergelijkingen van Q zijn.

De snelheid waarmee P beweegt, is gegeven door $\sqrt{4+16t^2}$.

Voor elke waarde van t is deze snelheid een factor c keer zo groot als de snelheid van Q .

- 3p 8 Bereken exact de waarde van c .

Voor elke waarde van t wordt de lengte L van lijnstuk PQ bepaald.

Er geldt:

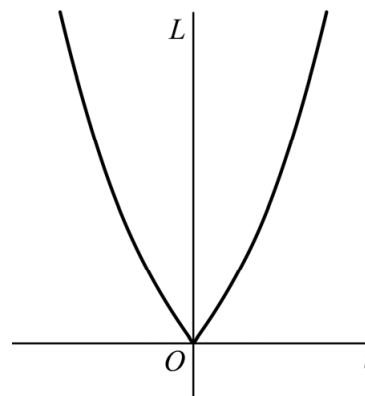
$$L = |t| \cdot \sqrt{2t^2 + 2}$$

- 3p 9 Bewijs dit.

In figuur 2 is de grafiek van L weergegeven. In de oorsprong, bij $t = 0$, zien we een knik. Als t vanaf links of vanaf rechts tot 0 nadert, nadert de waarde van L in beide situaties ook tot 0. De helling van de grafiek van L nadert echter niet in beide situaties tot dezelfde waarde.

- 4p 10 Bereken exact tot welke waarde de helling van de grafiek van L nadert als t vanaf links tot 0 nadert.

figuur 2



Bronvermelding

Een opsomming van de in dit examen gebruikte bronnen, zoals teksten en afbeeldingen, is te vinden in het bij dit examen behorende correctievoorschrift.